Ondes Électromagnétiques dans le vide

Aubin SIONVILLE

MPI Clemenceau - 2021-2023

Propagation des champs électromagnétiques dans le vide

$\vec{E}$ et $\vec{B}$ vérifient dans le vide l'équation de d'Alembert avec une célérité $c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$:

$$\boxed{\begin{gathered} \vec{\Delta}\vec{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \vec{\Delta}\vec{B} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \end{gathered}}$$

Onde électromagnétique plane progressive harmonique

$\boxed{\text{Toute onde électromagnétique peut décomposée en une somme d'OEMPPH}}$

$$\boxed{\underline{\vec{E}}_{\vec{u},\omega} = \underline{\vec{E}_0}\mathrm{e}^{j(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})} = \begin{pmatrix} E_{0x}\mathrm{e}^{j\varphi_x} \\ E_{0y}\mathrm{e}^{j\varphi_y} \\ E_{0z}\mathrm{e}^{j\varphi_z} \end{pmatrix}}$$

$$\boxed{\vec{E}_{\vec{u},\omega} = \begin{pmatrix} E_{0x}\cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi_x) \\ E_{0y}\cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi_y) \\ E_{0z}\cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi_z) \end{pmatrix}}$$

Relation de dispersion des OEM dans le vide

$$\boxed{k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}}$$

$$\boxed{\lambda = cT}$$

$$\boxed{v_\varphi = v_g = \frac{\omega}{k} = c = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k}}$$

Utilisation des opérateurs d'analyse vectoriels en complexe

$$\boxed{\begin{gathered} \mathrm{div}(\underline{\vec{E}}) = \vec{\nabla}\cdot\underline{\vec{E}} = -j\vec{k}\cdot\vec{E} \\ \overrightarrow{\mathrm{rot}}(\underline{\vec{E}}) = \vec{\nabla}\wedge\underline{\vec{E}} = -j\vec{k}\wedge\vec{E} \end{gathered}}$$

Dans le vide, $\boxed{\text{les OEMPPH sont transverses}}$, $\boxed{\vec{k}, \vec{E} \text{ et } \vec{B} \text{ forment un trièdre direct}}$ et $\boxed{\vec{E} \text{ et } \vec{B} \text{ sont en phase}}$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\vec{k}\wedge\vec{E}}{\omega} = \frac{k\vec{u}\wedge\vec{E}}{\omega} = \frac{\vec{u}\wedge\vec{E}}{c}}$$

Onde polarisée rectilignement

Ici polarisée selon y et se propageant vers $+x$

Champ électrique

$$\boxed{\overrightarrow{E} = E_0 \cos(\omega t - k(+x) + \varphi)\overrightarrow{e_y}}$$

Champ magnétique

$$\boxed{\overrightarrow{B} = \frac{E_0}{c} \cos(\omega t - k(+x) + \varphi)\overrightarrow{e_z}}$$

Ondes électromagnétiques planes progressives générales

Dans le vide, $\boxed{\text{les OEMPP sont transverses}}$, $\boxed{\overrightarrow{u}, \overrightarrow{E} \text{ et } \overrightarrow{B} \text{ forment un trièdre direct}}$ et $\boxed{\overrightarrow{E} \text{ et } \overrightarrow{B} \text{ sont en phase}}$

$$\boxed{\overrightarrow{B} = \frac{\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{E}}{c}}$$

En norme,

$$\boxed{B = \frac{E}{c}}$$

Vecteur de Poyting d'une OEMPP

$$\boxed{\overrightarrow{\Pi} = \varepsilon_0 c E^2 \overrightarrow{u}}$$

Energie moyenne dans le cas d'une OEMPPH

$$\boxed{\langle w_m \rangle = \langle w_e \rangle = \frac{1}{4}\varepsilon_0 c E^2}$$

$$\boxed{\langle \overrightarrow{\Pi} \rangle = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c E^2 \overrightarrow{u} = \langle u_{em} \rangle c \overrightarrow{u}}$$

$\boxed{\text{L'énergie électromagnétique est transportée dans le vide à la vitesse des ondes électromagnétiques : } c}$

Cas de la lumière

À chaque instant, une onde peut être décomposée en une somme de deux OEMPPH polarisées rectilignement dans des directions perpendiculaires, avec un déphasage $\varphi(t)$ variant aléatoirement :

$$\boxed{\overrightarrow{E}(M,t) = \begin{pmatrix} E_x = 0 \\ E_y = E_{0y}\cos(\omega t) \\ E_z = E_{0z}\cos(\omega t + \varphi(t)) \end{pmatrix} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ E_{0y}\cos(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_{0y}\cos(\omega t + \varphi(t)) \end{pmatrix}}$$

En sortie du polariseur, l'intensité de la lumière vérifie la loi de Malus :

$$\boxed{I = I_0 \cos^2(\theta)}$$